

4^{ème} : Chapitre 20 : Équations

1. Vocabulaire

Une équation est une égalité dans laquelle intervient un nombre inconnu désigné par une lettre.

Exemple : $2x - 3 = 4x + 2$ est une équation d'inconnue x
membre de gauche membre de droite

Résoudre une équation d'inconnue x , c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre x (si elles existent) qui vérifient l'égalité (c'est à dire telles que l'égalité soit vraie). Chacune de ces valeurs est une solution de l'équation.

Remarque : Certaines équations admettent plusieurs inconnues.

Enoncé1 : Le nombre 5 est-il une solution de l'équation $2x+3=6x-17$?

Solution : Quand $x=5$ on a

$$2x+3=2 \times 5+3=10+3=13$$

$$6x-17=6 \times 5-17=30-17=13$$

donc 5 ..est.. une solution de l'équation $2x+3=6x-17$

Enoncé2 : Le nombre -1 est-il une solution de l'équation $2x+3=6x-17$?

Solution : Quand $x=-1$ on a

$$2x+3=2 \times (-1)+3=-2+3=1$$

$$6x-17=6 \times (-1)-17=-6-17=-23$$

donc -1 ..n'est pas.... une solution de l'équation $2x+3=6x-17$

2. Équations de base

2.1 Propriétés : Opérations et égalités

2.1.1 Additions soustractions

Si on ajoute ou on soustrait un même nombre (positif ou négatif) aux deux membres d'une égalité alors on obtient une nouvelle égalité.

Autre formulation : Soient a ; b et c trois nombres. SI $a=b$ ALORS $a+c=b+c$ et $a-c=b-c$

<p>Enoncé1 : Résoudre l'équation $x-3=9$</p> <p><i>Solution :</i></p> $x-3=9$ $x-3+3=9+3$ $x=12$ <p><i>Vérification :</i></p> <p>Quand $x=12$... on a :</p> $x-3=12-3=9$ <p>L'équation admet une solution : ..12..</p>	<p>Enoncé2 : Résoudre l'équation $x+8=12$</p> <p><i>Solution :</i></p> $x+8=12$ $x+8-8=12-8$ $x=4$ <p><i>Vérification :</i></p> <p>Quand $x=4$... on a :</p> $x+8=4+8=12$ <p>L'équation admet une solution : ..4.....</p>	<p>Enoncé3 : Résoudre l'équation $2x-3=x+2$</p> <p><i>Solution :</i></p> $2x-3=x+2$ $2x-3-x=x+2-x$ $x-3=2$ $x-3+3=2+3$ $x=5$ <p><i>Vérification :</i></p> <p>Quand $x=5$... on a :</p> $2x-3=2 \times 5-3=10-3=7$ $x+2=5+2=7$ <p>L'équation admet une solution : . 5...</p>
---	--	--

2.1.2 Multiplications divisions


Si on multiplie ou on divise par un même nombre (différent de zéro) les deux membres d'une égalité alors on obtient une nouvelle égalité.

Autre formulation : Soient a ; b ; c trois nombres avec c différent de zéro

SI $a=b$ ALORS $a \times c=b \times c$ et $a \div c=b \div c$

<p>Énoncé1 : Résoudre l'équation $2x=28$ Solution : $2x=28$ $2x \div 2 = 28 \div 2$ $x=14$ Vérification : Quand $x=14$.. on a : $2x=2 \times 14=28$ L'équation admet une solution : .14...</p>	<p>Énoncé2 : Résoudre l'équation $\frac{1}{8} \times x = 3$ Solution : $\frac{1}{8} \times x = 3$ $8 \times \frac{1}{8} \times x = 8 \times 3$ $x=24$ Vérification : Quand $x=24$.. on a : $\frac{1}{8} \times x = \frac{1}{8} \times 24 = 3$ L'équation admet une solution : ..24.</p>	<p>Énoncé1 : Résoudre l'équation $\frac{-4}{7} \times x = \frac{2}{5}$ Solution : $\frac{-4}{7} \times x = \frac{2}{5}$ $\frac{-4}{7} \times x \times \frac{7}{-4} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{-4}$ $x = \frac{-14}{20} = \frac{-7}{10}$ Vérification : Quand $x = \frac{-7}{10}$ on a : $\frac{-4}{7} \times x = \frac{-4}{7} \times \frac{-7}{10} = \frac{2 \times 2 \times 7}{7 \times 2 \times 5} = \frac{2}{5}$ L'équation admet une solution : $\frac{-7}{10}$</p>
--	---	---

2.2 Exemple d'utilisation

<p>Dans une cafétéria, le prix d'un repas pour adulte est deux fois plus cher que le prix d'un repas pour enfant. A midi, un couple et leurs trois enfants ont dépensé dans cette cafétéria 24,50€. Quel est le prix d'un repas enfant ?</p> 	<p>Solution : CHOIX DE L'INCONNUE : Soit x le prix d'un repas "enfant" (en €) MISE EN EQUATION : prix d'un repas adulte (€) : $2x$ prix de l'ensemble du repas (€): $2x+2x+x+x+x$ donc $2x+2x+x+x+x=24,50$ RESOLUTION : $2x+2x+x+x+x=24,50$ $7x=24,50$ $7x \div 7 = 24,50 \div 7$ $x=3,5$ vérification : bon CONCLUSION : Le prix d'un repas "enfant" est de ..3,50€..</p>
---	--

3. Exemples classiques

3.1 Équation se ramenant à $ax=b$

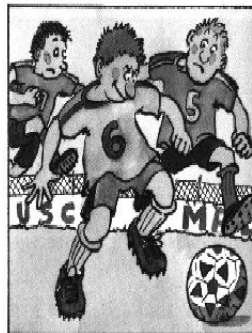
<p>Énoncé1 : Résoudre l'équation $3x+4=16$ Solution : $3x+4=16$ $3x+4-4=16-4$ $3x=12$ $3x \div 3 = 12 \div 3$ $x=4$ Vérification : Quand $x=4$ on a $3x+4=3 \times 4+4=12+4=16$ L'équation admet une solution : 4</p>	<p>Énoncé2 : Résoudre l'équation $2x+4=6-5x$ Solution : $2x+4=6-5x$ $2x+4+5x=6-5x+5x$ $7x+4=6$ $7x+4-4=6-4$ $7x=2$ $7x \div 7 = 2 \div 7$ $x = \frac{2}{7}$ Vérification : Quand $x = \frac{2}{7}$ on a : $2x+4 = 2 \times \frac{2}{7} + 4 = \frac{4}{7} + \frac{28}{7} = \frac{32}{7}$ $6-5x = 6 - 5 \times \frac{2}{7} = 6 - \frac{10}{7} = \frac{42}{7} - \frac{10}{7} = \frac{32}{7}$ L'équation admet une solution : $\frac{2}{7}$</p>
--	--

Remarque : On regroupe du même côté de l'égalité les termes où figure l'inconnue et de l'autre côté les termes où ne figure pas l'inconnue

3.2 un problème concret

Énoncé :

La recette d'un match s'est élevée à 5 615€. Les spectateurs avaient le choix entre deux types de places :
Premièrement : des places "tribunes" à 8€ la place
Deuxièmement : des places "Économiques" à 5€ la place.
On sait qu'il y a eu 1000 spectateurs à ce match.



1. Combien de places "Tribunes" ont été vendues ?
2. Combien de places "Économiques" ont été vendues ?

Solution :

CHOIX DE L'INCONNUE : Soit x le nombre de places "tribunes"

MISE EN ÉQUATION : nombre de places économiques : $1000-x$

Apport financier des places "tribunes" (€) : $8x$

Apport financier des places "Économiques" (€) : $(1000-x) \times 5$

Recette du match (€) : $8x + (1000-x) \times 5$

donc $8x + (1000-x) \times 5 = 5\,615$

RESOLUTION : $8x + (1000-x) \times 5 = 5\,615$

$$8x + 5\,000 - 5x = 5\,615$$

$$3x + 5\,000 = 5\,615$$

$$3x + 5\,000 - 5\,000 = 5\,615 - 5\,000$$

$$3x = 615$$

$$3x \div 3 = 615 \div 3$$

$$x = 205$$

Vérification : bon

CONCLUSION :

Il y a eu 205 places tribunes.

$$1\,000 - 205 = 795$$

Il y a eu 795 places économiques

4^{ème} : Objectifs et Socle Commun - CHAPITRE20 : Equations

4N403	Connaître et utiliser l'équivalence entre $a = b$ et $a - b = 0$.	
4N501	Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.	
4N502	Résoudre des problèmes se ramenant à une équation du premier degré (méthode libre)	SC335

SC335 : Socle commun Palier3 (collège) ; Compétence3 (Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique) ; Thème : Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques ; Item : Nombres et calculs : connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux et fractionnaires. Mener à bien un calcul : mental, à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur.